

ОТГОВОРИ НА ТЕМАТА ЗА СЕДМИ КЛАС

ТЕСТ:

1. Г)
2. Б)
3. А)
4. В)
5. 24

6. Б)
7. Г)
8. А)
9. В)
10. 4

11. А)
12. А)
13. Б)
14. В)
15. 60°

КРАТКО РЕШЕНИЕ НА ЗАДАЧАТА:

От $x + y + z = 1$ изразяваме $z = 1 - x - y$ и заместване в $x^3 + y^3 + z^2 = 1$.

Получаваме $(x + y)(x^2 - xy + y^2) = (x + y)(2 - x - y) \Leftrightarrow (x + y)(x^2 - xy + y^2 - 2 + x + y) = 0$.

От тук следва:

1) $x + y = 0, z = 1$, т.е. $x = -y, z = 1$;

I начин: 2) $x^2 - xy + y^2 - 2 + x + y = 0 / 4 \Leftrightarrow (2x - y + 1)^2 + 3(y + 1)^2 = 12$.

Тъй като x и y са цели числа, то квадратите $(2x - y + 1)^2$ и $(y + 1)^2$ са цели неотрицателни числа.

Възможни са случаите:

$$(2x - y + 1)^2 = 0, (y + 1)^2 = 4, x + y + z = 1 \quad \text{и} \quad (2x - y + 1)^2 = 9, (y + 1)^2 = 1, x + y + z = 1 .$$

Техните решения са: $x = 0, y = 1, z = 0$; $x = -2, y = -3, z = 6$ и

$$x = 1, y = 0, z = 0 ; \quad x = -2, y = 0, z = 3 ; \quad x = 0, y = -2, z = 3 ; \quad x = -3, y = -2, z = 6 .$$

II начин: 2) $x^2 - xy + y^2 - 2 + x + y = 0 / 2 \Leftrightarrow x^2 + x^2 - 2xy + y^2 + y^2 + 2x + 2y + 1 + 1 = 4 + 1 + 1$

$$\Leftrightarrow (x - y)^2 + (x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 6 .$$

Възможните стойности за трите квадрата $(x - y)^2, (x + 1)^2, (y + 1)^2$ са числата 1, 1 и 4.